

# NARRATION DE RECHERCHE : UN NOUVEAU TYPE D'EXERCICE SCOLAIRE

Arlette Chevalier  
IREM de Montpellier

## Historique et définition

Les observations individuelles d'élèves en situation de recherche de problème, au cours des expérimentations pratiquées par le groupe Géométrie de l'IREM de Montpellier<sup>1</sup> ont révélé que tous les élèves, placés dans certaines conditions, sont susceptibles de faire preuve d'une surprenante capacité de recherche et d'une grande ingéniosité dans les stratégies mises en oeuvre, capacité et ingéniosité qui ne sont pas toujours mises en évidence dans le déroulement habituel de la classe.

La réflexion menée à ce sujet par le groupe Géométrie de Montpellier conduit à penser qu'une des sources de cette motivation surprenante est la qualité de l'attention manifestée par l'expérimentateur au cours de l'observation individuelle : il n'intervient pas, ne porte aucun jugement de valeur, ne pénalise aucune erreur, ne centre pas son intérêt sur le résultat à trouver...; il manifeste simplement par son attitude, par l'enregistrement au magnétophone, par les notes très détaillées qu'il prend ... qu'il ressent un très vif intérêt pour ce que **fait, pense et dit** l'élève observé.

Ces expérimentations à l'IREM de Montpellier, les recherches de l'IREM de Lyon sur le problème ouvert [18], [19] de l'IREM de Grenoble sur l'apprentissage du raisonnement [17], les différents travaux sur la place du problème dans l'enseignement des mathématiques<sup>2</sup> nous ont poussés à porter une attention de plus en plus grande aux démarches de recherche de nos élèves et à les promouvoir.

Dans la pratique quotidienne de la classe, les difficultés liées au nombre d'élèves et à la gestion du temps faisant obstacle à ce type d'observation individuelle, il fallait obtenir une méthode permettant de faire apparaître et de développer ces capacités chez nos élèves.

C'est grâce à l'impulsion initiale de Gérard Audibert qui avait souhaité que cette méthode soit exposée pour la première fois aux journées de la CIEAEM de Bruxelles en Juillet 89 [13], que nous en sommes venus progressivement à proposer

---

<sup>1</sup>Ce groupe de recherche sur l'enseignement de la géométrie créé en 1977 et dirigé par Gérard AUDIBERT, puis par Freddy BONAFE, est composé d'une douzaine de professeurs enseignant dans des collèges, des lycées ou à l'Université.

De 1977 à 1986 il a procédé à des expérimentations de problèmes, consistant en l'observation individuelle de 80 à 100 élèves de tous les niveaux de l'enseignement secondaire, en situation de recherche du même énoncé. Chaque observation d'élève a fait l'objet d'une rédaction de protocole par l'expérimentateur et ces protocoles ont fait l'objet d'analyses : voir bibliographie [1] [2] [11] [12].

<sup>2</sup> Voir bibliographie [9] [10] [12] [16] [21] [22] [23].

dans nos classes ces devoirs d'un type nouveau que nous avons appelés "narration de recherche" et que nous pouvons définir ainsi comme l'a fait Pais L.C. [25].

**Une narration de recherche est l'exposé détaillé, écrit par l'élève lui-même, de la suite des activités qu'il met en oeuvre lors de la recherche de la solution d'un problème mathématique.**

Afin que l'élève dispose de tout le temps qu'il juge nécessaire, au moins au début, il s'agit d'un travail fait à la maison. Nous avons constaté très rapidement, dès le deuxième ou troisième exercice de ce type, dans chaque classe où nous l'avons proposé, un véritable engouement des élèves et au delà des erreurs de syntaxe et d'orthographe, une remarquable lucidité sur leurs démarches de pensée.

## Modalités pratiques

Pour la mise en oeuvre de cette méthode, quatre éléments intervenant au cours de l'activité nous paraissent essentiels :

- \* le choix des énoncés
- \* les consignes données aux élèves
- \* la correction et l'évaluation des copies
- \* le compte rendu en classe<sup>1</sup>.

Les narrations de recherche concernent des problèmes pour lesquels ... la réponse n'est pas donnée dans l'énoncé : ce mode de travail élimine donc en principe les énoncés du type "démontrer que ...". Par ailleurs, si l'on veut laisser le champ libre aux élèves quant au choix des stratégies mises en oeuvre, il faut éliminer aussi les énoncés dans lesquels des sous-questions induisent une progression bien définie. Le choix reste large cependant, comme par exemple parmi les problèmes ouverts proposés par l'équipe de Lyon [18], [19] ou certains problèmes des manuels scolaires<sup>2</sup>. G. Audibert [3] donne quelques indications sur le choix de l'énoncé : "il doit être vite compris, intéresser et rendre actif l'élève, la solution ne doit être ni évidente, ni ambiguë ; il faut être attentif aux difficultés que crée l'habillage".

Il est important aussi, au début, que l'élève dispose d'un moyen de vérification lui permettant de savoir si la solution qu'il propose est valable ou non. Dans le cas contraire, il va s'arrêter à la première solution proposée, qu'elle soit correcte ou incorrecte<sup>3</sup>. Lorsque la narration de recherche est une activité bien maîtrisée par les élèves et intégrée à la progression pédagogique du professeur, nous pensons qu'il est possible de travailler sur des énoncés "plus classiques" car toute résolution de

<sup>1</sup> On trouvera des détails et des conseils préalables à la mise en oeuvre ainsi qu'à la gestion de la classe dans A. CHEVALIER, M. SAUTER [15].

<sup>2</sup> On peut trouver un ensemble d'énoncés expérimentés dans le groupe Géométrie de Montpellier dans A. CHEVALIER, M. SAUTER [15].

<sup>3</sup> Précisons à l'aide de deux exemples :

. Dans une basse-cour j'ai des poules et des lapins. En les comptant je trouve 26 têtes et 70 pattes. Combien ai-je de lapins ?

. On a un cube de 6cm d'arête et un bol dont l'intérieur est demi-sphérique. Retourné sur le cube, le bol le recouvre exactement.

Quel est le diamètre du bol ?

Dans le 1er cas, l'élève qui a trouvé une réponse erronée peut en prendre conscience en vérifiant. Dans le 2ème cas il ne dispose d'aucun moyen.

problème nécessite une phase de recherche et peut donc faire l'objet d'une narration de recherche.

L'énoncé choisi, il s'agit de présenter oralement le contrat très particulier, entre enseignant et élèves, sur lequel repose ce type d'exercice. Ce contrat engage les élèves à raconter du mieux possible toutes les étapes de leur recherche, joindre éventuellement leurs brouillons, préciser les aides éventuelles, expliquer comment leur sont venues de nouvelles idées. En échange l'enseignant s'engage à faire porter son évaluation sur les points évoqués ci-dessus, sans privilégier la solution. Ces consignes orales sont rappelées souvent, par une phrase écrite à la fin de l'énoncé du problème.

*1." Comme pour les deux premiers devoirs, essaie de raconter, sur la feuille double, les différentes étapes de ta recherche, les remarques, les observations que tu as pu faire et qui t'ont fait changer de méthode ou qui t'ont permis de trouver (ce serait bien si tu pouvais joindre tous tes brouillons numérotés)".*

La première séance du "compte rendu-correction" joue un rôle primordial : il s'agit de rendre compte de toutes les stratégies recensées, de les valoriser, de lire à haute voix certains extraits de narrations particulièrement typiques, puis de laisser s'instaurer et de favoriser un débat entre des élèves ayant trouvé des solutions différentes, enfin d'élaborer collectivement une correction qui prenne en compte le travail des élèves.

**Peu à peu, le contrat s'enrichit de consignes nouvelles** : il s'agit d'abord de faire suivre la narration d'une présentation claire et succincte de la solution trouvée, destinée par exemple à un camarade d'une autre classe qui n'aurait pas cherché le problème, de telle façon qu'il soit convaincu que la solution proposée est exacte : il faut donc la justifier. A ce stade là, lors de la mise en commun, s'élabore une réflexion sur justification et démonstration et prend place l'étude des règles de la démonstration qui répondent à un certain type d'exigences.

**On s'achemine ainsi vers des problèmes pour lesquels la narration de la recherche doit être suivie d'une proposition de démonstration.** Pour la correction et l'évaluation des copies de nouveaux critères sont à prendre en compte<sup>1</sup>, car il ne s'agit plus de mesurer une acquisition de connaissances ou un savoir-faire technique. L'évaluation porte plutôt sur l'ingéniosité et la persévérance de l'activité de recherche et non, uniquement sur la validité de la solution proposée.

Mais la connaissance de cette activité de recherche dépend beaucoup de la qualité de la narration que l'élève en fait et nous sommes donc amenés à prendre en compte les qualités du récit lui-même tout en précisant bien, pour les élèves qui ont des difficultés en français que l'orthographe et la syntaxe ne doivent en aucun cas constituer un frein à l'expression écrite et en insistant pour que soient joints à la copie, tous les brouillons numérotés.

## A titre d'exemple

Les problèmes de dénombrement se prêtent particulièrement bien aux narrations de recherche. Nous allons évoquer certaines narrations d'élèves à propos de l'énoncé ci-après :

---

<sup>1</sup> Pour plus de détails voir dans CHEVALIER A., SAUTER M. [15].

Complète le tableau ci-dessous :

Si j'ai	Je peux tracer au plus
1 point	0 segment
2 points	1 segment
3 points	3 segments
4 points	
5 points	
6 points	
7 points	
12 points	
20 points	
108 points	
n points	

**En classe de quatrième**, il était suivi de la consigne suivante :

*Essaie de raconter sur ta feuille double, les différentes étapes de la recherche, les remarques, les observations que tu as faites et qui t'ont fait changer de méthode ou qui t'ont fait progresser (ce serait bien de joindre tes brouillons).*

*Peut-être pourrais-tu ensuite dire comment tu expliquerais ta solution à un camarade qui n'a pas cherché ce problème.*

**En classe de seconde**, elle était ainsi libellée :

*Racontez sur votre feuille :*

*1) Les différentes étapes de votre recherche. (Vous pouvez minuter le temps, joindre les brouillons).*

*2) Les observations que vous avez pu faire et qui vous ont fait progresser ou changer de méthode. (Il vaut mieux chercher seul mais si à un moment donné quelqu'un vous a aidé, dites-le).*

*3) La façon dont vous expliqueriez votre solution à un camarade qui n'a pas cherché le problème (et que vous devez convaincre).*

*Attention : l'évaluation ne portera pas sur la nature de la solution (juste ou fautive voire incomplète) mais sur les trois points évoqués ci-dessus ainsi que sur la clarté de votre exposé.*

Pour certains problèmes, les solutions trouvées sont très diverses dans leur forme : l'imagination créatrice des élèves est très grande. C'est le cas précisément pour ce problème. Dans la classe de quatrième nous trouvons aussi cinq méthodes de calcul différentes. Nous les illustrons ci-dessous.

• **méthode 1** :  $(n-1) = (n-2) + \dots + 1$  (pas sous sa forme générale)

**Reynald** par exemple écrit :

*"Pour 4, 5, 6 points j'ai dessiné sur la feuille de brouillon. Pour 7 points, je me suis aperçu que*

*il part de A : 6 segments*

*il part de B : 5 segments*

*... et il continue jusqu'à*

*il part de G : 0 segment.*

*J'ai fait de même pour 12 points, 20 points et même 108 points en ajoutant*

*107 + 106 + ... + 1 + 0*

*Il n'y a que pour n que je n'ai pas trouvé de solution."*

- **méthode 2** :  $n+(n-3)+(n-3)+(n-4)+\dots+(n-n)$  (pas sous sa forme générale)

**Michaël** écrit :

*"J'ai remarqué aussi quelque chose que je vous explique en schémas car c'est trop dur à expliquer avec des mots".*

Il fait alors deux dessins avec 6 et 7 points en utilisant plusieurs couleurs et il conclut : *"Donc, pour 20 points*

*20 segments de contour*

$$+ 20-3 = 17$$

$$+ 20-3 = 17$$

$$+ 20-4 = 16$$

$$+ 20-20 = 0$$

*Total, en n'oubliant pas les 20 segments du contour : 190 segments"*

et il fait aussi le calcul pour 108 points mais il ne généralise pas pour n points.

- **méthode 3** : Si avec n points on obtient x segments, alors avec n+1 on obtient n+x segments

**Mary** écrit :

*"En additionnant les points plus les segments de la ligne 2 (voir page 4) j'ai trouvé le résultat de la ligne 3 et ainsi de suite jusqu'à 20 mais je ne suis pas arrivée à 108 points".*

- **méthode 4** :  $\frac{n(n-1)}{2}$

**Mary** continue : *"pour 108 points j'aurais pu le faire mais ça prendrait beaucoup de temps alors j'ai cherché une opération qu'on peut faire facilement".*

Elle observe le dessin avec 4 points et commente :

*"Chaque point est relié aux trois autres par trois segments. Comme nous avons 4 points nous obtenons 12 segments. Tous les segments sont dessinés deux fois, il faut donc diviser par 2. Après j'ai essayé à toutes les lignes du tableau ça marche (voir page 4).*

*Il suffisait de multiplier un nombre au-dessous de n points et diviser par 2.*

*Pour 108 points :  $\frac{108 \times 107}{2}$*

*et par exemple pour 1879 points :  $\frac{1879 \times 1878}{2} = 1764381.$ "*

**Sandra** termine ainsi :

*"J'ai regardé pour 6, 7, 12, 20, ... c'était juste. J'avais enfin trouvé la bonne méthode  $\frac{n \times (n-1)}{2}$*

*(il est vrai qu'il m'a fallu du temps avant de trouver (n-1) ; c'est juste après, avec les réponses que je me suis aperçue qu'on pourrait multiplier par le chiffre qui précède".*

• méthode 5 : Si  $n \rightarrow \mathcal{K}$  alors  $2n \rightarrow (\mathcal{K} \times 4) n$  (pas sous sa forme générale)

Charles-Henri a cherché le nombre de segments jusqu'à 13 points à l'aide de la formule 3. Si  $n \rightarrow x$  alors  $n + 1 \rightarrow n + x$ . Il observe ses listes et conjecture la formule 5 destinée à lui faire gagner du temps. Il écrit :

*"J'étais content car je n'avais pas cherché pendant 3 heures pour rien : ça marchait sur les doubles.*

*J'ai ensuite cherché 108.*

*13 points 78*

*26 points  $(78 \times 4) + 13 = 325$*

*52 points  $(325 \times 4) + 26 = 1326$*

*104 points  $(1326 \times 4) + 52 = 5356$*

*105 points  $5356 + 104 = 5460$  j'ai ensuite utilisé de*

*106 points  $5460 + 105 = 5565$  "vieux procédés"*

*107 points  $5565 + 106 = 5671$*

*108 points  $5671 + 107 = 5778$ ."*

Il ne parvient pas à généraliser et il termine en disant : *"ce qui est intrigant c'est que les autres devoirs je les trouvais en 20 mn et celui-là je ne trouve rien alors que certains de mes camarades ont rien trouvé aux autres et m'ont dit avoir trouvé la réponse à celui-là. Je suis impatient de connaître la réponse car je pense que je ne suis pas loin du but"*.

Cette phrase traduit bien l'ambiance de la classe lors des séances de compte rendu : les élèves sont impatients de confronter leurs démarches, leurs solutions. Pour ce problème par exemple, ils ont cherché (et trouvé) collectivement la généralisation à  $n$  de chacune de leurs démarches de calcul et nous avons démontré qu'en fait il s'agissait de différentes formes d'une seule et même solution. La motivation était grande alors pour faire du calcul algébrique sur ces expressions à transformer l'une dans l'autre.

En classe de seconde, par le soin apporté aux annotations des copies - annotations qui seront volontairement orientées vers la justification des affirmations qui ne correspondent pas à des théorèmes connus ou supposés connus - par la confrontation lors du compte rendu des divers résultats avec mise en cause des élèves concernés, se crée peu à peu le besoin d'une explication ou d'une preuve. Il devient indispensable aux yeux de tous de confirmer ou d'infirmer certaines affirmations.

C'est le moment de montrer la pertinence d'un contre-exemple, l'insuffisance d'une conjecture. Les narrations fourmillent d'exemples à ce sujet.

Nathalie, 2<sup>de</sup>, écrit :

*"Après avoir commencé à chercher les résultats à l'aide de figures géométriques ... j'ai constaté qu'il y avait une liaison entre les nombres eux-mêmes et leur nombre de segments ... j'ai essayé de trouver quelle était cette relation, j'ai d'abord pensé qu'il y avait une proportionnalité*

*1 0*

*2 0*

*3 3*

*4 6*

*5 10*

*...mais  $4 \times 10 \neq 5 \times 6$ . J'ai donc abandonné cette piste"*.

**Marie**, 2<sup>nde</sup>, de même :

*"n points correspondent n + ... segments*

*6 points correspondent 6 + 9 segments*

*je remarque que  $\frac{9}{3} \times 2 = 6$*

*la formule pourrait être  $\frac{8}{9} \times 2 = n$*

*Mais cela ne marche que pour 6 car pour n=4 on ne peut pas le faire.*

*J'ai trouvé plusieurs formules comme :*

*n (n-1)*

*ou n + n(n-2)*

*ou n + (n-2) + (n-3)*

*Mais à chaque fois cela marchait pour un cas précis ..."*

Son bricolage la conduira à  $n + (n \times [(n-3) \times 0,5])$  qu'elle ne peut infirmer et qu'elle acceptera en disant *"Espérons que ce soit la bonne"*.

Cette dernière réponse et la remarque qui l'accompagne mettent en évidence deux approches fréquentes concernant la démonstration de l'élève : l'absence de contradiction et l'indication de leur part que cela peut être insuffisant. Voilà donc une brèche dans laquelle on peut s'engouffrer.

Parfois au détour d'une copie, une démonstration apparaît.

**Cécile**, 2<sup>nde</sup>, dans le même problème explique ses constructions pour 3, 4, 5 points puis écrit :

*"Lorsqu'on a x points et que l'on veut trouver le nombre de segments que peuvent former x points, on multiplie par (x-1) car un point ne peut être relié à lui-même puis l'on divise par 2, car chaque segment est écrit 2 fois mais en sens inverse.*

*Exemple : un segment AB et un segment BA est le même segment"*.

Freddy Bonafe [8] commente ainsi le rôle de la narration de recherche dans l'apprentissage de la démonstration :

*"Que manque-t-il à cela pour être admis comme démonstration ? Quelques précisions sans doute, particulièrement au début, mais les constructions qui précédaient ce texte étaient suffisamment claires et explicites pour que celui-ci soit admis par tous les lecteurs. Seul le problème de la forme se pose encore.*

En demandant, au cours de l'apprentissage, un résumé clair de la solution destiné à un autre élève, en indiquant la forme qu'il peut prendre on parvient alors à des productions intéressantes.

Bien sûr, tous les élèves ne vont pas avancer au même rythme mais les productions des uns ou des autres vont servir d'exemples, voire de révélateur pour ce qu'il faut faire, ou ne pas faire.

*"Il ne suffit pas de proposer de bons problèmes et d'apprendre à démontrer. Il ne suffit pas de savoir rédiger des démonstrations pour être bien armé sur la résolution de problèmes" (Houdebine (90)). [16].*

C'est bien cette articulation entre résolution et démonstration qui est au cœur de la narration de recherche. Cette méthode de travail autorise l'élève à décrire sa recherche dans son langage, sans auto-censure, et donc à fournir des démonstrations non formelles, mais avec l'envie d'être compris. C'est cette envie d'être compris qui le conduit à préciser son niveau d'évidence, à expliquer aux autres pourquoi un résultat

est vrai, et par là même se l'expliquer aussi. Si l'on veut bien admettre que résoudre c'est chercher pour soi, et démontrer c'est expliquer en exposant aux autres, apprendre à démontrer ne peut résulter que d'un débat au sein d'une communauté au sujet d'une recherche et de son exposé.

La narration de recherche est donc un moyen de préparer à ce débat par une réflexion préalable et par un texte écrit".

## Il faut conclure :

Prise de conscience par les élèves de leur capacité de recherche, de leur imagination créatrice, découverte d'un certain plaisir de la recherche, motivation pour étudier les notions nouvelles du programme et donc participation active au travail de la classe, contribution à l'apprentissage de la démonstration ... nous paraissent être des fruits indéniables et non négligeables de la pratique des narrations de recherche.

Elodie, élève cinquième, écrit en fin d'année :

*"Je trouve que les narrations sont des exercices intéressants plus qu'un simple problème où on ne doit que donner la réponse, alors que là, il faut y aller petit à petit, minutieusement, ne sauter aucun détail pouvant laisser une ombre sur l'explication, être précis, il faut aussi aller au fond et c'est parfois long ça apprend à être patient, à ne pas se décourager.*

*Je vous remercie pour tout ce que vous avez fait pour moi : vous m'avez fait apprécier les maths "auxquels" je vouais une véritable haine auparavant.*

*Un grand merci".*

Enfin pour terminer, signalons que le groupe de géométrie de Montpellier s'intéresse aussi à cette technique pour le rôle qu'elle paraît pouvoir jouer sur le plan expérimental : elle semblerait permettre la production de documents très riches, fiables, faciles à obtenir et susceptibles d'analyse, sur les démarches de pensée des élèves, les outils conceptuels utilisés.

Les narrations de recherche pourraient donc constituer un matériel utilisable pour une recherche en didactique : c'est là un des thèmes de travail actuels de l'équipe de Montpellier.

## Bibliographie

[1] AUDIBERT G. 1980a - Processus de recherche de problèmes de géométrie chez l'élève de l'enseignement secondaire - Publication IREM - USTL, Place E. Bataillon (92 pages).

[2] AUDIBERT G. 1982a - Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane. Volumes 1 et 2. Nouvelle édition. Publication de l'APMEP 1984 n°56 (831 pages).

[3] AUDIBERT G. 1991 - La géométrie dans l'enseignement - Repères n°4. Pages 21 à 52.

[4] AUDI-MATH n°2 - C.N.D.P. - Octobre 1990 - pages 17 à 19.

[5] BALACHEFF N.- Preuves et démonstrations en mathématiques au collège, R.D.M. (vol. 3-3), 1982.

- [6] **BALACHEFF N.** - Processus de preuve et situations de validation. Rapport de recherche n° 528. Institut IMAG, GRENOBLE.
- [7] **BASCOU N., BONAFE F., BRUNET R.** 1982 - Enseignement modulaire Fascicule 1 classe de seconde - Edition IREM - USTL (46 pages) Pages 3 à 12.
- [8] **BONAFE F.** 1992 - Les narrations de recherche : un outil pour apprendre à démontrer (8 pages) (à paraître dans REPERES).
- [9] **BROUSSEAU G.** 1983 - Les obstacles épistémologiques et les problèmes mathématiques, R.D.M.
- [10] **BRUNET R., CHEVALIER A.** 1981 - Rôle du dessin dans la résolution des problèmes de géométrie. Compte rendu du Colloque GEDEOP, 10/21 Novembre 1981, IREM-Université, 40, Avenue du Recteur Pineau 86022 Poitiers Cedex (pages 37 à 48).
- [11] **CHEVALIER A.** 1984 - Le problème QAT : symétrie, vérification, algorithme de construction. La pratique de l'élève, IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier (442 pages).
- [12] **CHEVALIER A.** 1985 - Etudes de résolution de problème par les élèves. Bulletin de liaison de l'IREM de Clermont-Ferrand. N°25.
- [13] **CHEVALIER A.** - Narrations de recherche en classe de 4ème : "Influence sur les stratégies et la motivation des élèves" dans les ACTES de la 41ème Rencontre de la C.I.E.A.E.M. ou dans S.N.T.P. (sans tambour ni trompette) n°6 - Mai 1991 - IREM de Lyon et A.P.M.E.P. Régionale de Lyon.
- [14] **CHEVALIER A., RIOS G., SAUTER M.,** 1990 - Narrations de recherche (dans commission inter-IREM Géométrie 1990 - Actes du Colloque Inter-IREM - Géomètre de Port d'Albret les 7, 8, 9 Juin 1990.
- [15] **CHEVALIER A., SAUTER M.** 1992 - Narrations de recherche - Edition IREM - U.S.T.L. Montpellier (58 pages).
- [16] **HOUDEBINE J.** 1990 - Démontrer ou ne pas démontrer, voilà la question - Repères n°1 - Pages 5 à 27.
- [17] **IREM de Grenoble** : Apprentissage du raisonnement.
- [18] **IREM de Lyon** - 1984 - La pratique du problème ouvert.
- [19] **IREM de Lyon.** 1985. Variations notre enseignement avec les problèmes ouverts (bande dessinée).
- [20] **IREM de Lyon** - Janvier 1991 - La feuille à problèmes n°43 (pages 1 à 11).
- [21] **LAKATOS I.** - Preuves et réfutations : Hermann (1976)
- [22] **LUBCZANSKI J.** - Chercher en classe - STNP n°6 - IREM de Lyon.
- [23] **MANTE M.** - Des erreurs aux conceptions de l'apprentissage, STNT (IREM de Lyon).
- [24] **PAIS L.C.**- 1990 - Une équipe d'enseignants en situation de recherche - Actes de la 42ème Rencontre de la C.I.E.A.E.M.
- [25] **PAIS L.C.** - Représentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège : pratiques d'élèves, analyse de livres. Thèse de Doctorat. Edition I.R.E.M. - U.S.T.L. Montpellier - 352 pages) - Pages 267 à 282.